

確かな学力となる数学的な表現力を共に高め合う数学科学習指導 ～思考段階を具体化する言語活動を通して～

要約

近年のコンピューターや電子機器などの著しい進歩と普及により、私たちの日常生活は大きな影響を受けるようになった。子どもたちもその影響を大きく受けており、言葉や文章を理解する力やその内容に対する判断力、また言葉や文章で正確に表現したり記述したりする力が低下してきている。

全国学力・学習状況調査において、過去3年（平成24年度、平成22年度、平成21年度）の調査結果から「知識」中心のA問題の正答率の平均は64.4%、「活用」中心のB問題の正答率の平均は51.3%であった。特に、記述式の問題の正答率の平均は37.6%で、示された方針に基づいて説明することや数学的な結果を事象に即して解釈することを通して成り立つ事柄を判断し、その理由を数学的な表現を用いて説明する問題で低い正答率になっている。数式などの数理言語は日常の言語とは全く異なるので、目標にもある数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現するためには、数理言語を獲得し、その活用をしていくことは意義があると考えられる。

本校は、「ヒューマン体験学習」「職場体験学習」「進路体験学習」などさまざまな出会いや活動、支え合いなどを通し、コミュニケーション能力を高め、自分の進路を獲得していく生徒を育成している。人と人との関係を作っていくためには、相手の思いを推し量る力や自分の思いを表現する力が求められている。そのために数学科授業においては、数学的な表現力を身につけることが重要である。

これまでの授業において、言語活動を仕組んだ授業が十分にできておらず、交流活動の場の設定についても授業での位置づけが不十分であったように思う。問題解決の過程で、根拠を明らかにして自分の考えを持ち、新たな数理を構成したり、そのよさを実感したりする授業ではなかったと反省する。

そこで本研究では、図的表現（図）、言語的表現（ことば）、記号的表現（式）の3つの表現様式に焦点を当て、思考段階を具体化させる活動を仕組み、子どもの数学的な表現力を共に高めあい、確かな学力となる数学科学習指導法の究明を図るようにする。そのための仮説として、次の内容を設定した。

問題解決における思考の交流において、図・ことば・式の3つの表現様式を活用し、思考段階を具体的に設定して言語活動を仕組み、自分の考えを相手に分かりやすく伝える数学的表現力が共に高まり、確かな学力が身につくであろう。

具体化思考段階を次の3つの段階として考える。

- ① 自分の考えを説明シートを活用し、図・ことば・式などで表現できるようにする。
- ② 友だちが考えた式や図を読み取り、数学的表現を用いて表現する場を確保する。
- ① 自分の考えを、図・ことば・式の3つの表現様式によりみ換えられるようにする

実践に取り組んだ結果、以下のような成果（○）と課題（●）が明らかになった。

- 誰もが経験している身近な題材を用いることにより、子どもたちが興味を持って問題を把握し、解決へ向けての見通しを見いだすことができた。
- 関数の知識や技能を根拠にして筋道を立てて考え、図・ことば・式で表し、数理を構成することができた。
- 自分たちが気づき構成した式を用いて、未知の値を計算し、実際に確かめることによって数理を用いることのよさを実感することができた。
- 班の中での言語活動が不十分で、図・ことば・式といった数理言語を使いこなし、相互に変換して高め合うための時間が十分にとれなかった。

キーワード：3つの表現様式（図・ことば・式） 説明シート

1 主題設定の理由

(1) 今日の社会の課題から

近年のコンピューターや電子機器などの著しい進歩と普及により、私たちの日常生活は大きな影響を受けるようになった。子どもたちもその影響を大きく受けており、映像から入る情報に対しては敏感に反応ができるものの、言葉や文章を理解する力やその内容に対する判断力、また言葉や文章で正確に表現したり記述したりする力が低下してきている。携帯電話等の通信機器を持つ子どもも増え、単語や絵文字による表現が主流となる会話が日常化している現実もある。

本校においても、人とのコミュニケーションをうまくとれずにトラブルになることが多く見受けられる。人と人との関係を作っていくためには、相手の思いを推し量る力や自分の思いを表現する力が今求められている。

(2) 数学教育のねらいから

「学習指導要領解説—数学—」（平成20年9月文部科学省）では、数学科の目標は「数学的活動を通して、数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則についての理解を深め、数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現する能力を高めるとともに、数学的活動の楽しさやよさを実感し、それらを活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」と示されている。しかし、全国学力・学習状況調査において、過去3年（平成24年度、平成22年度、平成21年度）の調査結果から「知識」中心のA問題の正答率の平均は64.4%、「活用」中心のB問題の正答率の平均は51.3%であった。特に、記述式の問題の正答率の平均は37.6%で、示された方針に基づいて説明することや数学的な結果を事象に即して解釈することを通して成り立つ事柄を判断し、その理由を数学的な表現を用いて説明する問題で低い正答率になっている。

さらに、思考力・判断力・表現力等の基盤となるものは、数式などを含む広い意味での言語であるとして「言語活動の充実」が強調されている。数式などの数理言語は日常の言語とは全く異なるので、目標にもある数学的な表現や処理の仕方を習得し、事象を数理的に考察し表現するためには数理言語を獲得し、その活用をしていくことは意義があると考えられる。

(3) 子どもの実態から

本校は、「ヒューマン体験学習」「職場体験学習」「進路体験学習」などさまざまな出会いや活動、支え合いなどを通し、自分の夢や希望を持ち、あきらめず、自分の進路を獲得していく生徒を育成している。前向きな子どもたちの姿もある反面、少人数であるがゆえの狭い人間関係の中で、固定観念で見られてきたお互いの関係を崩すことができずに自分自身をうまく表現できず、互いのよさをも見失ってきている面もある。

このような子どもたちが教科の中での学び合い活動を通して、互いの思いや考えを伝え合い、それぞれの立場や考え方、価値観などを認め合う交流をすることは大切であると考えられる。そのような中、数学科においては数理言語を獲得し、数学的な表現力を身につけ、交流活動を通して活用する力を育むことが重要である。このことは自分の考えや思いを筋道を立てて組み立てて表現することつながり、人間関係の再構築にも役立つものと考えられる。

(4) これまでの授業の反省から

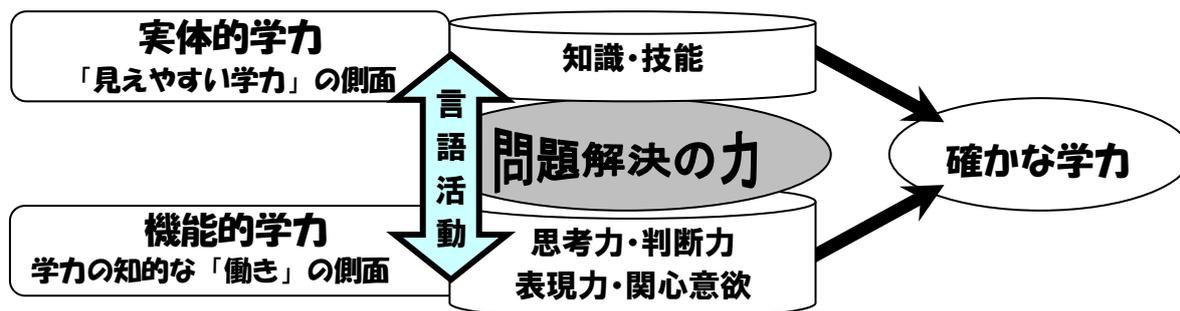
これまでの授業において、身近で生活の中にある具体的な事象から数学的な題材を取り出し、学びにつなげたり、操作をともなう教材等を用いたりして、子どもに「おもしろい」「こんなところに数学があるんだ」と興味・関心を持たせるとともに、子どもが分からなくなった時にいつでもそこに戻れば思考のやり直しができる場の設定をして授業を組み立ててきた。しかし、「自分の生活の中で言語活動の一つとして認識され、活用できるような手立てができたかといえば不十分である。」といわざるを得ない。ま

た、複数の考え方や求め方ができる問題を設定したり、交流活動の場の設定が十分にはできておらず、問題解決の過程で、根拠を明らかにして、自分の考えを持ち、新たな数理を構成したり、そのよさを実感したりする授業ではなかったと反省する。

2 主題・副題の意味

(1) 主題の意味

確かな学力とは、学習によって獲得した知識・技能（実体的学力）などに加え、学習目標を到達するために必要な思考力・判断力・表現力・意欲関心（機能的学力）を含むものである。したがって、『確かな学力』の育成には、「実体的学力」と「機能的学力」バランスがとれた育成が大切であると考えられる。しかしこれらは、截然と分類できるものではなく、実際の学習過程としては決して一方通行のものではない。



本研究では「数学的な表現力」を次のように定義する。

事象を数理的に処理する際に思考したことを具体物、図、表、グラフ、ことば、記号、数式などを用いて、他者とのコミュニケーションを図る能力

環太平洋大学の中原忠男氏の理論を参考にし、数学教育での表現方法を5つに分類する。表1はそれぞれの内容についてまとめたものである。

表1 5つの表現様式

表現様式	内 容
現実的表現	実際の状況、実物による表現
操作的表現	教具の動的操作による表現
図的表現	絵、図、グラフなどによる表現
言語的表現	日常言語や数学に関する用語を用いた表現
記号的表現	数字、文字、演算記号などを用いた表現

これらのうち、現実的表現、操作的表現については、実物や教具が必要となり、生徒が自分の考え方を相手に伝える際に、いつも用いることができる状況にあるとは限らない。しかも、中学校においては取り扱う

内容が小学校より抽象的になるため、現実的表現、操作的表現は図的表現に置き換えて用いられていることが多い。したがって、本研究では、図的表現（図）、言語的表現（ことば）、記号的表現（式）の3つの表現様式に焦点を当て、研究を進めることとした。

(2) 副主題の意味

「思考段階を具体化する」とは、3つの表現様式をもととする思考段階を経て具体的な思考をすることである。数学を学ぶ目的は、数学的認識様式の獲得にあるといえる。数量や図形などに関する概念はこれを言い表す言語をもつとき初めて明瞭に、かつ完全になる。したがって言語は自分の考えを他人に伝えるために必要なばかりでなく、自分自身が思考するために欠くことができない。そして、具体的な思考は抽象的な思考へと一般化されていく。数学的思考を効率よく行うためには、基本となる用語や概念、記号を理解して事象を図・ことば・式を使って具体的に自分の思考を表現することが必要である。具体的な思考段階を次の3つの段階として考える。

- ① 自分の考えを、図・ことば・式などで表現できるようにする。
- ② 友だちが考えた式や図を読み取り、数学的表現を用いて表現する場を確保する。
- ③ 自分の考えを、図・ことば・式の3つの表現様式によりみ換えられるようにする。

本研究における「言語活動」とは、自分の考えをまとめ、友だちの表現を読み取り、自分の表現様式を他の様式によりみ換える活動をいう。この言語活動を通して数学的な思考力・表現力の育成することが目的である。生徒自らが「考えたい」「表現したい」という意欲を高め、言語活動を通して数学の思考の相互交流を図りたい。自分の考え方を相手に分かりやすく伝えるために数学的表現を効果的に使って、思考段階に応じて問題解決に向けて生徒の意欲を継続させるため、教師の指導や支援を含めて学習活動を工夫し充実させていく。

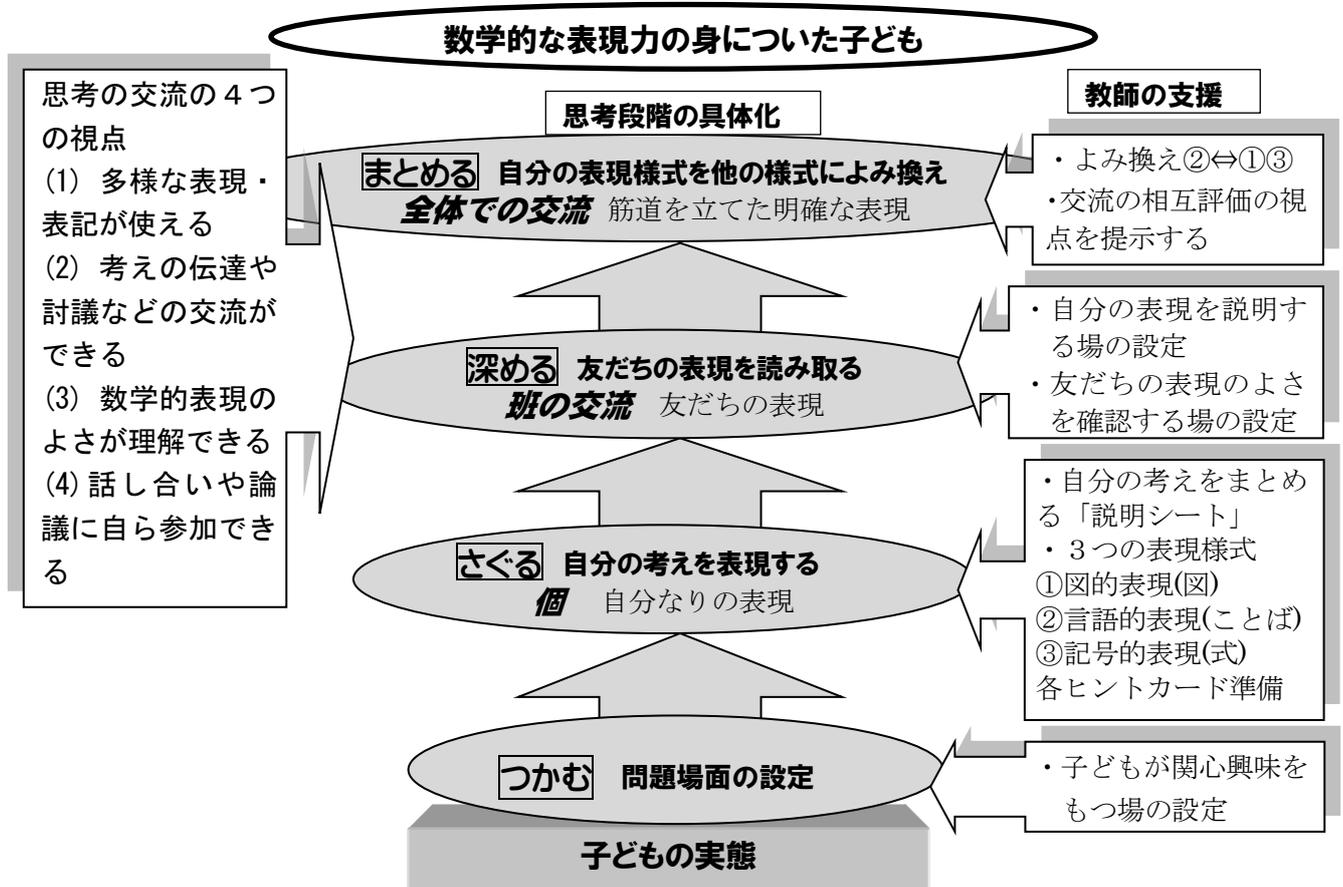
3 研究の目標

3つの表現様式を使って思考段階を具体化させる活動を通して、子どもの数学的な表現力を共に高め、確かな学力となる数学科学習指導法の究明を図る。

4 研究の仮説

問題解決における思考の交流において、図・ことば・式の3つの表現様式を活用し、思考段階を具体的に設定して言語活動を仕組みば、自分の考えを相手に分かりやすく伝える数学的表現力が共に高まり、確かな学力が身につくであろう。

5 研究構想図



6 仮説検証の内容と方法

(1) 検証の対象

宝城中学校第1学年2組（20名構成 男子10名 女子10名）

(2) 検証の内容・方法

ア 問題の内容を把握し、解決へ向けての見通しを見いだすことができるか

(様相観察・学習プリント)

イ 既習の知識や技能を根拠にして、筋道を立てて考え、数理をことばや表・図や式で表現することができるか

(形成的テスト・アンケート)

ウ 表現様式のみ換えができ、構成した数理を用いることよさを実感しているか

(様相観察・アンケート)

項目	評価	評価の観点
表現力	A	②⇔①または②⇔③でよみ換えをして説明できる。(構想図参照)
	B	①、②、③のいずれかの表現様式で説明できる。
	C	他者への説明ができない

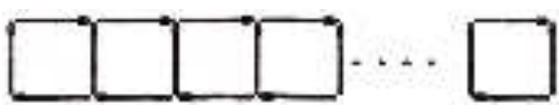
7 研究の実際

(1) 実践1 第1学年「文字の式」

① 本時の主眼

数量関係や法則を、ことばや表や図、そして文字を用いた式など多様な表現をする。その考え方を説明し、その過程を振り返って考えを深めることができる。本時では数量関係をことば、図・表や文字を用いた式で表すために、マッチ棒を代用し具体的に並べる作業を通して、その規則性を探り、理由を説明し伝え合うようにする。その後、「説明シート」を利用して、説明の過程を振り返り、よりよい説明をするためにお互いに説明する活動を取り入れる。

② 展開

段階	学習活動の実際	支援の有効性 (○成果・●課題)
つかむ	<p>1 めあてを確認する。 文字式を使ってよりよい説明をしよう。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>花だんに正方形の枠を取って横一列に一枠に一つずつ球根を植えていきたい。球根を n 個横に並べて植えるとき、枠に使う棒は何本必要だろうか。このとき球根の数と棒の数にはどんな関係があるだろうか？</p> </div> 	<p>○ 正方形の枠をつくるのにマッチ棒で代用することを指示し、操作をしながら、考えられるようにした。「説明シート」には、自分の説明をまとめて書いていくことができた。</p> <p>○ 苦手な生徒には、マッチ棒を並べながらまず「説明シート」の表に表すように促せた。</p> <p>● ヒントカードの準備ができていなかった。</p>



さ
ぐ
る

- 2 説明を振り返る。
- (1) 自分の説明を班で行い、「説明シート」で振り返る。
- (2) よりよい説明にする視点を話し合う。
- ＜予想される視点＞
- ・図を使う
 - ・表を使う
 - ・ことばで説明する。
- ＜留意点＞
- ・具体的な数字を使う
 - ・理由が明確である
 - ・式をかくときの約束を守る
- (3) 振り返りや話し合いをもとに自分の説明がよりよい説明になるように改善する。



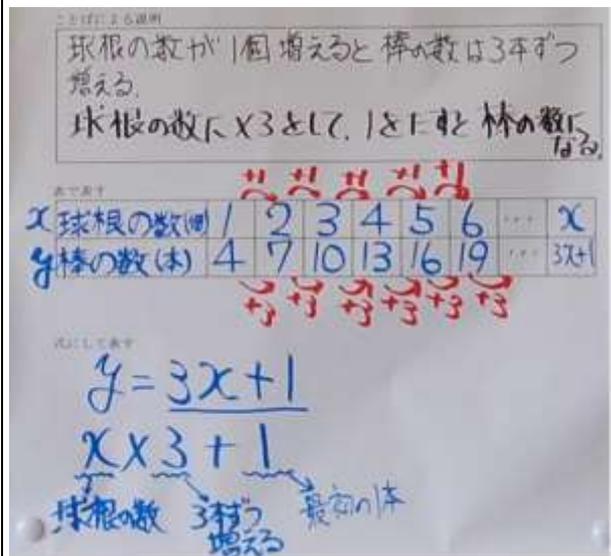
深
め
る
ま
と
め
る

- 3 説明を紹介し、関係の表し方が多様に考えられることを確かめる。
- 4 説明をよみ換える。
- (1) 自分なりの説明を班で行い、「説明シート」で表現様式をよみ換える。
- (2) よみ換えや話し合いをもとに自分の説明がよりよい説明になるように改善する。
- 5 説明を各班から行い、文字を用いた式が多様に考えられることを確かめる。

(図を使って説明しようとする子ども)



- 「説明シート」で説明を振り返り、気付いたことを全体で出し合い、よりよい説明はどのような説明か、気付かせ共有できる時間の確保ができなかった。
- 「説明シート」のコメントやよりよい説明にする視点を明確に行うことにより、説明をもっと振り返らせる必要があった。



- 数量関係や法則を、文字を用いた式でどのように表すのかを考えさせることができた。
- 求めた式の違いだけでなく、本数を求める考えの違いを表現しているものを紹介できた。
- 球根の個数が決まるとそれにもなって株の株の総数が決まる。このようにともなって変わる2つの量についてこれから学習を進めていくことを告げる。

③ 実践1の考察 成果 (○) と課題 (●)

- 単にマッチ棒を並べるのではなく、球根を植えた場所の目印として枠を設定したため、生徒の意欲・関心を高めることができた。
- 半具体物としてのマッチ棒を使い、実際に並べながら考えることで、その規則性に気づき、表や式をつくる生徒が多かった。
- 班での説明の振り返りや話し合いが十分にとれていない。また、班学習の交流のスキルを学ばせ、高まり合う活動をさせる必要がある。

(2) 実践2 第1学年「変化と対応」

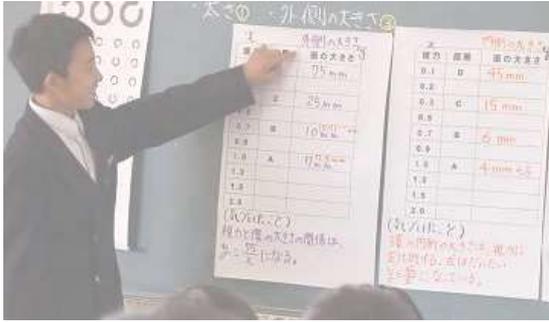
① 本時の主眼

視力とランドルト環の大きさとの関係に着目して表(図)・ことば・式を使って自分の考えを「説明シート」に表現させ、これまでに学んだ反比例の知識・考え方を基にして、日常生活でみられる様々な事象を考察させていく。また、実測値から求めた反比例の関係を利用して、他の値も計算により求められることで、数学を使うよさ(有用性)を感じとらせるようにする。

② 展開

段階	学習活動の実際	支援の有効性 (○成果・●課題)																																
つかむ	<p>1 めあてを把握し、見通しを立てる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> 視力をはかるしくみがわかるようになるう </div>																																	
さぐ	<p>2 きまりを見つける。</p> <p>☆4種類のランドルト環が描かれたプリントを配布し、どんなきまりがあるか測って調べる</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>視力</th> <th>段階</th> <th>環の大きさ</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.1</td><td>D</td><td></td></tr> <tr><td>0.2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>0.3</td><td>C</td><td></td></tr> <tr><td>0.5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>0.7</td><td>B</td><td></td></tr> <tr><td>0.9</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1.0</td><td>A</td><td></td></tr> <tr><td>1.2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1.5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2.0</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>		視力	段階	環の大きさ	0.1	D		0.2			0.3	C		0.5			0.7	B		0.9			1.0	A		1.2			1.5			2.0	
視力	段階	環の大きさ																																
0.1	D																																	
0.2																																		
0.3	C																																	
0.5																																		
0.7	B																																	
0.9																																		
1.0	A																																	
1.2																																		
1.5																																		
2.0																																		
る		<p>○ 机間指導において、まず、1つの観点に着目して測っている子どもを全体の前で取り上げどこを測るかを考えさせられた。</p> 																																

- 3 測定値を発表し、きまりを見つける。
- ・外の直径、内の直径、切れ目の長さとの線の幅について、実測した長さを発表する。



- 4 見つけたきまりを使って他の視力の表の空欄を計算で求める。



- 5 本時の学習を振り返る。

深める

まとめる

- まずは外の直径から取り上げ、1.0、0.7のランドルト環については測定にばらつきが出ると考えられるので、おおよそ数値がそろっている0.1、0.3のランドルト環の大きさを基準として認め、きまりがあるとするとうなっているか「説明シート」に自分の考えを出させることができた。

- 着目点を測った値と、視力に絞って考えさせ、気づいたことを、「説明シート」に表・ことば・式に表すことができた。

- 視力×環の大きさはいつも一定になっていることに気づかせ、確認することができた。

- もっと班の活動を工夫して、表現様式の変換を「説明シート」にさせる必要がある。(計算で求めた空欄の値が正しいか確かめる子どものような)



- 日常生活には、他にも反比例を利用して考えられるものがあることに目を向ける時間が必要であった。

- 授業の感想を書いてまとめさせ、学習アンケートを書かせることができた。

(子どもの感想)

きちんと比例定数が0.75や0.15と分かれば反比例して正真正反比例なんて生活していくうちにわかっちゃうと
いることも分かったし長さもはかてない所も計算見ただけでかんがえ身近なものにつかわれている
で分かりました他の問題もチャレンジしていきたい
人だな〜と〜"つくりました。

③ 実践2の考察 成果 (○) と課題 (●)

- 視力検査という誰もが経験している身近な題材であったので子どもたちも興味を持って問題を把握し、解決へ向けての見通しを見いだすことができていた。
- 反比例の学習の知識や技能を根拠にして筋道を立てて考え、図(表)・ことば・式に表し、数理を構成することができた。
- 自分たちが気づき構成した式を用いて、未知の値を計算し、実際に確かめることによって数理を用いることよきを実感することができた。
- 班の中での言語活動が不十分で、図(表)・ことば・式のといった数理言語を使いこなし、相互に変換して高め合うための時間が十分にとれなかった。
- 子どもたちの感想では、他に関数の利用例を見つけてみたいと思っているのにその意欲や関心に応えるような準備ができていなかった。関数の学習により未来を予測するという広がりのある世界を感じ取らせるために、子どもたちが関数の利用例を出していけるような工夫をしたい。

8 研究のまとめと今後の課題

研究の事前(10月)と事後(12月)で子どもへのアンケートとり、その変化を見てみた。アンケートは4段階の評価でつけ、「そうである」が4、「ややそうである」が3、「あまりそうではない」が2、「そうではない」を1として調査している。本校は小規模校でデータの人数が少ないため、どれほど正確に出せるかは疑問のところもあるが、仮説の検証を行った。

まず、数学の問題を1つの表現様式で表して解くことについては、次のようになった。

質問の内容	前	後
数学の問題の解き方を言葉や文章で説明することができる。	2.3	2.5
数学の問題を解くときは、問題の内容を図にして表すことができる。	2.5	2.8
数学の問題を解くときは、問題の内容を文字の式を使って解くことができる。	3.1	3.0

ことばや文章または図・表で表して説明することは向上が見られるが、文字の式を使うことには意識の伸びが見られない。しかしながらポイントは3.0を超えており、高いレベルであるのに対し、ことばや文章にして表すことについては2.5であり、自信のなさを表している。数理言語を知識としっかりとつないで学習を進めていく必要がある。

次に、表現様式のよみ換えについては次のようになった。

質問の内容	前	後
数学の授業で問題を解くとき、もっと簡単に解く方法がないかを考える。	2.7	2.9
問題の内容が図で表されたものをことばや文に直して説明することができる。	2.5	2.7
式で表されたものをことばや文に直して表すことができる。	2.6	2.7

この内容に関しては、どの項目もポイントが上がっており、表現様式のよみ換えをすることができるようになってきたと考えられる。一つの解き方からよりよい説明に仕上げることで理解も深まり、既習の知識や技能を根拠にして、筋道を立てて考え、数理言語で

比例、反比例は、小学生の時、習ったけど、中学校の時の方が、
 えやまをつかうから、意味を理解するのは小学校より簡単に、
 比例定数もたせたり、できなよと思ひました。
 あと、ランドルトの環にも、関数が使われてると知り、そんな昔
 から、あ、あなたなよとびっくりしました。他にも、関数が使われてるもの
 をい、い、見つけたんです。

表現することができるようになってきた。「説明シート」を利用して、よみ換えをすることで意欲も高まっている。

共に高め合う指導について、班活動を通して言語活動を仕組むことはとても子どもたちの学ぶ意欲につながっていく。この研究の中でも如実にそれを裏付ける結果が得られた。言語活動を仕組み、子どもの交流を図ることで相手に伝わるようなよりよい説明に仕上がっていく。また、右の感想からも分かるように、構成した数理を用いて交流することのよさも実感している。

視力検査表は、いろいろなすさまじい木などちゃんと決まってるんだと思いました。理で考えて反比例になるなど、ここは75mmなどいろいろ考えて楽しめた。でももっと知らないことをたくさん数学で考えていきたいです。

質問の内容	前	後
数学の授業での学びあい活動で友だちの意見を聞いてそのよさを感じる。	3.4	3.5
学びあい活動では、考えの伝達をし、きちんと意見交流することができている。	2.7	3.2
数学の授業での学びあい活動で、数学の力が伸びていると考える。	2.8	3.1

実践の結果、次のような成果(○)と課題(●)を得た。

- 誰もが経験し、身近な題材を子どもたちも興味を持って問題を把握し、解決へ向けての見通しを見いだすことができた。
- 関数の知識や技能を根拠にして、筋道を立てて考え、表、ことばや式に表し、数理を構成することができた。
- 自分たちが気づき構成した式を用いて、未知の値を計算で求め、実際に確かめることによって数理を用いることのよさを実感することができた。
- 班の中での言語活動が不十分で、図・ことば・式のといった数理言語を使いこなし、相互に変換して高め合うための時間が十分にとれなかった。

問題解決における思考の交流において、図・ことば・式の3つの表現様式を活用し、互いによみ換えを行う中で表現力が身についてくる。さらに班活動を仕組み学び合いで言語活動を行うことでより一層の効果が期待できる。班や学級での交流の中で自分の考えを相手に分かりやすく伝えようとする経験により、数学的表現力が共に高まり、確かな学力が身についてきた。これは9月と11月に実施した実力テストで、県平均と対比して10点近く伸びていることから分かる。また、子どもたちへのアンケートをみればその意識や数学的表現をしようとする意欲に伸びがみられる。今回の研究では不十分であったが、思考段階を具体的に設定して言語活動を仕組みれば、さらにこの仮説が正しいことを示してくれるはずである。

< 参考文献 >

- ・数学的コミュニケーションにおける表現力を高める指導の工夫 玉野市立荘内中学校 教諭 八代真哉
- ・数学的な思考力・表現力をはぐくむ算数・数学科学習指導の展開
—説明し伝え合う活動の充実を図る授業づくりを通して— 茨城県教育研修センター
- ・主体的に学び、数学的表現力が育つ算数・数学の授業づくり～数学的コミュニケーション活動を取り入れて～ 群馬県太田市 (www.ota.ed.jp/boe/kenkyujyo/20kiyo/sansu/sansukiyo.pdf)
- ・数学的表現力を伸ばす学習指導方法の改善に関する研究 —根拠を追究する活動を通して— 佐賀県教育センター (www.saga-ed.jp/kenkyu/kenkyu_kiyo/.../26chuu_sugaku.pdf)