

表現する能力を高める生徒を育てる数学科学習指導 ～根拠を明らかにし筋道を立てて説明し伝え合う学習を通して～

要約

OECD（経済協力開発機構）の PISA 調査など各種の調査から、我が国の児童生徒については、「思考力・判断力・表現力を問う読解力や記述式問題、知識・技能を活用する問題に課題が見られるところがある」と指摘されている。このため、中央教育審議会の答申においては、思考力・判断力・表現力等を育むために、知識・技能の活用を図る学習活動を発達の段階に応じて充実させるとともに、記録、要約、説明、論述といった学習活動に取り組む必要があると指摘している。

これまでの授業を通して、計算問題や方程式などを頭の中だけで計算する生徒は、途中の式を書くことを苦手としていることが多いと感じていた。また、複雑な問題や文章問題などでは、解答や説明に数学的な表現を用いた記述ができていないことが多く見られたため、筋道を立てた説明をすることや自分の考えを表現することが課題であると考えていた。

そこで、複雑な問題や文章問題を数学的に表現する能力を高める生徒を育てるためには、問題解決に必要な根拠を明らかにすることや筋道を立てて説明し伝え合う学習が必要であると考え、本主題を設定し、次の3つの内容を重点に研究を進めることにした。

- ① 問題の解決に必要な手順を的確に説明することで、根拠を明らかにしやすくさせる。
- ② 明らかになった根拠をもとに、筋道を立てて解答を書かせる。
- ③ お互いの考えを説明したり伝え合ったりすることで表現する能力を高める。

実践1では、連立方程式の文章問題を解き方の手順を示し解答を作成させ、ペア交流を行い、問題に対する相互理解を図る取り組みを行わせた。

実践2では、2つの直線の交点の座標を求める問題に対し、様々な求め方を個人で考えさせることを通して、求め方や交点の座標の意味を考えさせる取り組みを行わせた。

実践3では、証明の進め方に従って、三角形の合同条件に必要な等しい関係を見つける際に根拠を明らかにする活動を行わせ、小集団交流の中で、共通の認識が持てるように根拠を明らかにしながら説明し伝え合う活動を取り入れ、証明をつくる取り組みを行わせた。

実践の結果、以下のような成果（○）と課題（●）が得られた。

- 手順を示すことで、根拠を明らかにする活動が個人や交流活動の場で活発にできた。
- 実践が進むにつれ、問題に取り組む姿勢が変わり、根拠を明らかにし、筋道を立てた解答や説明を書くことができる生徒が増えた。
- 小集団やペアの交流活動では、積極的に自分の考えた解答を説明したり相手の考えを聞いたり、理解しようとする姿が見られた。また、個人では気づかなかった考えの違い、解き方の工夫など新しい発見をすることができた。
- 交流活動では、解けた生徒の説明だけになり、なぜそのように考えたのかななどの疑問を質問できないことがあったり、小集団内での交流活動が早く終わってしまい、時間を持て余した生徒が見られたりしたため、交流活動の工夫や改善の必要性を感じた。
- 表現する能力をさらに高めるために、数学的な表現を用いた授業や交流活動を通して、全体でお互いの考えを説明したり伝え合うことのできる授業の必要性を感じた。

キーワード：根拠を明らかにする 表現の能力を高める 交流活動

1 主題設定の理由

(1) 現代社会の動向から

中央教育審議会の答申で、算数・数学科の課題として、「事柄や場면을数学的に解釈すること、数学的な見方や考え方を生かして問題を解決すること、自分の考えを数学的に表現することなどに課題が見られた。」とある。その課題に対する改善の方向性として、「数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示していくようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する。」とあり、本主題の取り組みに合致していると考えられる。

(2) 生徒の実態から

本校では、自尊感情をさらに高め、語彙力をつけ表現力を磨くために、「読む」「書く」「話す」「声に出す」という取り組みを行っている。これらの力を育てることで、積極積に問題に取り組む意欲を高め、数学的な見方や考え方の力が育成できるのではないかと考え、数学科として取り組んできた。2年生で実施したアンケートでは、「文章問題の説明を含めた解答が書ける」は43%、「度数分布表などを使って、複数の情報の比較について説明ができる」は46%との回答があった。この結果から、表現する力が十分に育成できていないと感じており、表現する能力を付けていくことが必要であると考えた。

(3) 教科の本質から

数学的活動のなかで、「数学的に説明し伝え合う活動」がある。第1学年では「数学的な表現を用いて、自分なりに説明し伝え合う活動」となっており、「自分なりに」表現することに重点が置かれている。第2学年以降では「数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道立てて説明し伝え合う活動」を行うところまでを視野に入れ質的な高まりを期待している。自分なりの表現による説明は、少なからずできているため、2年次では、解答の手順を提示することで、順序立てて解答に必要な根拠を明らかにさせる。その後、数学的な表現を用いて、筋道を立てた解答を書かせ、お互いの考えを説明し伝え合えることができるようにしていく。

(4) 指導上の反省・問題点から

昨年の授業を通して、計算問題や図形の性質など単純な事柄において、生徒一人一人の技能は高いと感じていた。このような問題を解く場合、ほとんどの生徒が率先して取り組んでおり、結果も満足できるものを得ていた。しかし、文章による解答や説明が必要な問題においては、解答や説明の作成が不十分であった。例えば、「1本 a 円の鉛筆という問題文章に対し、 $2a$ が表す数量を説明しなさい」という問いに対し、 a の2倍と答える生徒が多く、式の意味を理解していなかった。その原因としては、中学校の学習内容で使用する数学的な用語の意味を理解しないこと、小学校で学習した内容が文字式の学習に移行できていないなどが考えられた。そのため、解答を求めるために必要な根拠を明らかにし、それをもとに筋道を立てた適切な説明が書け、互いに自分の思いや考えを伝え合うことができれば、これから学習する数学の学習内容においても、自分の言葉で表現し説明できる能力を高められる生徒が育成できるのではないかと考え、本主題を設定した。

2 主題・副主題の意味

「表現する能力」とは、生徒一人一人が、事象に対して、推測したり見いだしたりした数や図形の性質などを的確に表したり、その妥当性などについて根拠を明らかにして筋道を立てて説明することである。

「表現する能力を高める」とは、事象を考察する過程で取り組んだ自分の考えを、相手に対して簡潔に説明し理解できるように伝えたり、相手の考えをまとめたりして、お互いの考えを説明することや伝え合う内容の質を高めることである。

「生徒を育てる数学科学習指導」とは、教師から生徒個人への一方通行になりがちな一斉授業だけではなく、ペア交流や小集団交流を通して、生徒同士の交流が増えることで、説明することや伝えることの重要性を認識させ、クラス全体が向上していると実感できる人間関係を構築していくことである。

「根拠を明らかにする」とは、計算問題や文章問題において、問題の意味を理解して、解答や解説の手順を形式的な形で提示し、何を求めるのかを明確にし、解答や説明を行うために必要な内容を明らかにさせることである。

「筋道を立てて説明し伝え合う」とは、解答や説明に必要な根拠を明らかにし、数学的な見方や考え方にに基づき、理路整然と記述させ、その内容をペア交流や小集団交流等の交流活動の場において、お互いの考えを説明したり伝え合ったりすることである。

3 研究の目標

解答や説明、証明の作成において、問題文の内容を理解し、問題解決のために適切な数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道を立てた説明ができ、お互いの考えを伝え合う活動を通して、表現する能力を高める生徒の育成を目指した授業について究明する。

4 研究の仮説

複雑な問題や文章問題において、解答や説明に必要な根拠を明らかにするために、解答の手順を生徒に提示し、解答や説明に必要な根拠を考えさせることで、問題を解決するための筋道を立てて説明する能力が高まるであろう。さらに、交流活動を行うことで、相手を意識し分かりやすく説明し伝え合うことができ、表現する能力が高まるであろう。

5 仮説検証の内容と方法

(1) 検証の対象 小郡市立三国中学校 第2学年8組(男子19名、女子18名)

項目	検証内容	検証方法
根拠を明らかにする力	問題解決のための根拠を明らかにすることができるか。	ワークシート アンケート
表現・説明する力	明らかにした根拠を、筋道を立てた記述が書け、相手に説明することができるか。	ワークシート アンケート
説明し伝え合う力	相手に対して、根拠となるものを明らかにし、筋道を立てて分かりやすく説明し伝え合うことができ、相手の考えをまとめることができるか。	発表 ワークシート アンケート

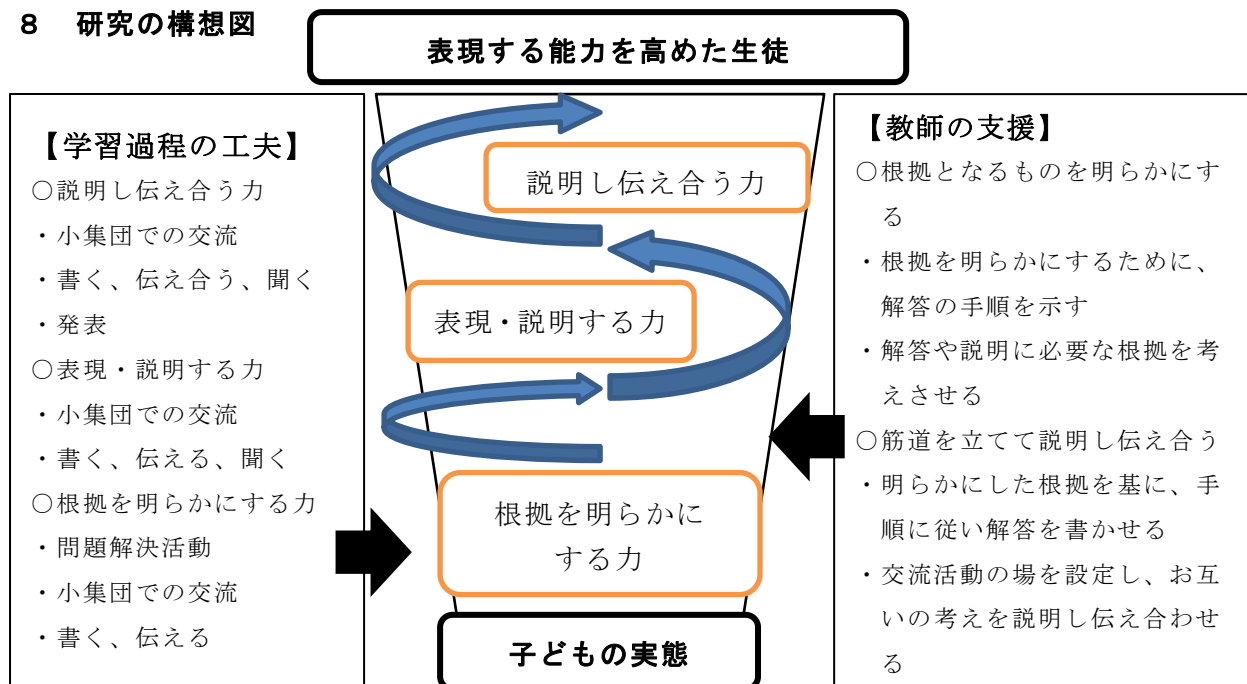
(2) 検証の内容・方法

項目	評価	評価の観点
根拠を明らかにする力	A	問題解決のために、必要な根拠を明らかにすることができる。
	B	問題解決のために、根拠となるものを表すことができる。
	C	A、B 以外
表現・説明する力	A	明らかにした根拠をもとに、筋道を立てた解答が書け、説明することができる。
	B	明らかにした根拠をもとに、筋道を立てた解答が書ける。または説明することができる。
	C	A、B 以外
説明し伝え合う力	A	相手に対して、分かりやすく筋道を立てて説明し伝え合うことができ、発表者や相手の考えを理解して自分なりにまとめることができる。
	B	相手に対して、説明し伝え合うことができる。または、発表者や相手の考えを聞き、自分なりにまとめることができる。
	C	A、B 以外

7 研究の計画

	研究内容		研究内容
5月	研究主題の決定	10月	検証授業2「一次関数」と考察
6月	実態調査	11月	検証授業3「証明の進め方」と考察
7月	検証授業1「連立方程式」と考察	12月	成果と課題
8月	研究構想図作成	1月	研究のまとめ
9月	理論研究	2月	研究報告 論文作成

8 研究の構想図



9 研究の実際

(1) 検証授業1 「連立方程式の利用」(2章 連立方程式)

- ① 本時のめあて：「身の回りにある問題を、連立方程式を使用して解こう」
- ② 学習活動・内容および評価の観点

本時の学習活動・内容		
連立方程式の解き方の手順を説明する		
①何を求めるのかを確認する。 ⑤連立方程式を解く。 ②何を文字にするのかを考える。 ⑥解が問題に合っているか確認する。 ③求めるものを文字を使って説明する。 ⑦答えを書く。 ④連立方程式を作る。		
項目	検証内容	評価の観点
根拠を明らかにする力	○手順にしたがって、問題の自力解決を図る。	○解答を作成することができる。 ○根拠となるものを明らかにできる。
表現・説明する力	○ペア交流を行う。 ○全体への説明をする。	○自分の解き方を、根拠を明らかにし、周り(ペア)に説明することができる。 ○自分の解き方を、根拠を明らかにし、全体に説明することができる。
説明し伝え合う力	○ペア交流を行う。 ○全体への説明をする。	○自分の解き方を、根拠を明らかにし、周り(ペア)に説明し理解させることができる。 ○自分の解き方を、根拠を明らかにし、具体的に全体へ説明することができる。

③ 考察

本時の「連立方程式の利用」では、次の手順に注意しながら、連立方程式の文章問題を解く授業の組み立てを行った。①何を求めるのかを確認する。②何を文字にするのかを考える。③求めるものを文字を使って説明する。④連立方程式を作る。⑤連立方程式を解く。⑥解が問題に合っているか確認する。⑦答えを書く【資料1】。以上、7つの項目を順に押さえながら、各自問題に取り組ませた。その後、自分が求めた解答が十分であるかどうかの確認を行うために、ペアでの交流活動を仕組んだ【資料2】。ペアで交流することで、説明することの大切さに気づかせたり、疑問に感じた事を聞きやすくし理解度を上げることにつながると考えられる。全体的には、問題を解くことのできる生徒が多いため、解けている生徒同士のペアでは、解き方や解答が一致した段階で交流が終わっている場面もあった。解けている生徒と解けていない生徒のペアでは、解けている生徒の説明を受け、

(1) まずは何を求めるのか考えよう。
①求めるものに下線を引きなさい。
②数量関係に下線を引きなさい。
③何を文字で表すのか、具体的に書きなさい。
Aの鉛筆1本の値段をx円 Bの鉛筆1本の
④下線を引いた数量関係から、連立方程式を作りなさい。
$$\begin{cases} 3x + 5y = 700 \\ 4x + 4y = 720 \end{cases}$$

⑤連立方程式を解く
⑥連立方程式の解が問題に合うか確かめましょう
⑦答えを書きましょう。
(2) 解答を作ります。

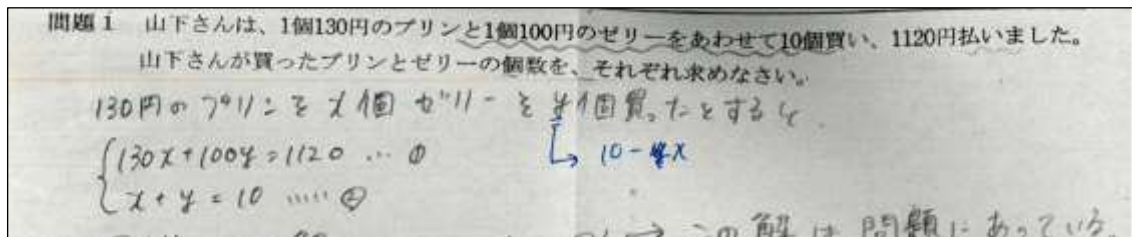
【資料1】

聞いただけで理解したと感じているように思われた。根拠を明らかにする場面でも、「何故、これをxにするのか」など、何を文字で表すのか、どのようにして式を作ったのかなどの意見交換は少なく、式や解法が着目され、根拠を明らかにすることの大切さが伝わっていないように感じた。アンケートの結果では、「何を求めるのか」では89%の生徒が理解していると答えた。「解が問題に合うかどうか説明ができた」では73%

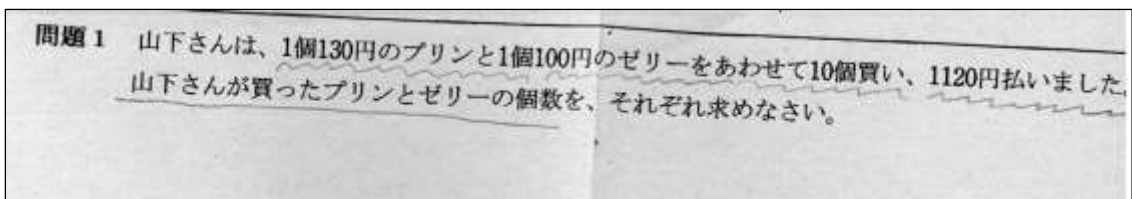


【資料2】

と下がっていった。感想では、「ペアに説明するのが難しかった」「周りの人と確認し合ったり、教え合ったりすると分かるようになる」などがあった。基本的な問題では式を作ったり解いたりすることはできるが、具体的にその解が何を意味しているのかなどの説明については、まだまだ難しいと判断できる。今後の授業では、根拠を明らかにすることを基本として、筋道を立てて説明できるように、表現する能力を高められることができるように改善していきたい。



【資料3：yをxを使った式で表そうと工夫をしている】



【資料4：必要な部分に下線を引いたが解答が書けていない】

④ 課題と成果

- ほとんどの生徒が率先して課題に取り組んでいた。
- 相手に説明したり、分からないところを質問する姿が見られた。
- 個人で考える時間ではまったく解けていない生徒もおり、解く手順を説明する不十分さを感じた。
- 交流活動では、解答の説明だけの交流となり、根拠が何なのか、具体的な交流が少なかった。

(2) 検証授業2 「連立方程式とグラフ」(3章 一次関数)

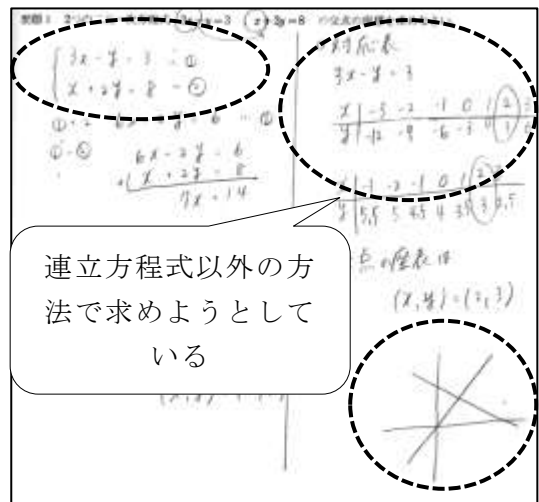
- ① 本時のめあて：「2直線の交点の座標の求め方を考えよう」

② 展開と評価の内容

本時の学習活動・内容		
交点の座標を求める方法を説明する。 ①直線のグラフをかくて求める。 ③連立方程式を解いて求める。 ②対応表を作って求める。		
項目	検証内容	評価の観点
根拠を明らかにする力	○ 2直線の交点の座標を自力解決する。	○ 交点の座標を、根拠を明らかにし求めることができる。 ○ さまざまな方法に取り組み、交点の座標を求めることができる。
表現・説明する力	○ 小集団での交流を行う。 ○ 全体への説明をする。	○ 自分の解き方や別の解き方を説明することができる。 ○ 根拠を明らかにし、交点の座標を予測して求めることができる。
説明し伝え合う力	○ 小集団での交流を行う。 ○ 全体への説明をする。	○ 自分の解き方を、周り（小集団）に説明し理解させることができる。 ○ さまざまな解き方を具体的に説明し、理解させることができる。

③ 考察

本時の「連立方程式とグラフ」では、2つの直線の交点の座標の求め方について取り組みを行った。今回は、前回の課題を踏まえて、全員が取り組めるような課題設定を行った。また、具体的な根拠を明らかにすることができることをねらい小集団交流を行った。この学習では、交点の座標の最適な求め方は、連立方程式を使用した求め方であることを確認させる。しかし、最初に、上記の交点の座標の求め方を説明したため、ほとんどの生徒が連立方程式で解いてしまい、「何故、連立方程式で交点の座標が求められるのか」、「他の方法ではだめなのか」など根拠となることから明確にできないままの取り組みになった。そのため、連立方程式で解いた生徒に対して、グラフや対応表を利用した解き方で解くように指示し【資料5】、小集団交流の中で交点の座標を求める根拠を明らかにするようにした【資料6】。しかし、小集団交流では、連立方程式を利用した生徒がほとんどであり、その解法の説明に終始し、別の求め方の説明やなぜ連立方程式の解が2つの直線の交点の座標とすることができるのか、などの疑問がなかなか出なかった。一つの小集団からようやく疑問が出たため、他の小集団にも、「なぜ、連立方程式の解とグラフから求めた2直線の交点の座標



【資料5：資料3の生徒のプリント】

が一致するのか」という問題を与え、考えさせるという状況になった。その中でも、その説明ができた集団があり、全体への発表につなげることができた。ここでは、根拠を明らかにするという事柄に対し、授業の進め方に問題があった。2直線の交点の座標の求め方では、連立方程式で解くことができるという先入観を持っている生徒がおり、グラフや対応表への考えに行きつかなかった。アンケートの結果では、「自分



【資料6：小集団交流】

で問題を解くことができた」生徒は83%、「自分の解いた解き方を説明することができた」生徒は75%であった。【資料9】の生徒のように、自分の力では解くことはできなかったが、交流を通して理解につなげることのできる生徒を増やしていきたい。また、交流の中で、相手可以理解できるように説明の仕方についても考えさせ、その能力を高めていきたい。



【資料7】

④ 成果と課題

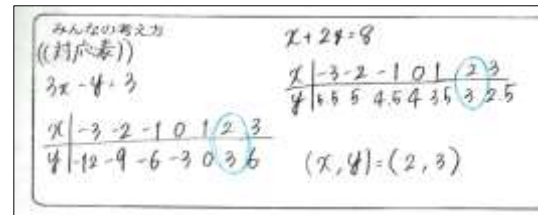
- ほとんどの生徒が、自分から説明をしたり、解き方を聞いたりして、しっかりと交流活動をしようとしていた。

【資料7、8】

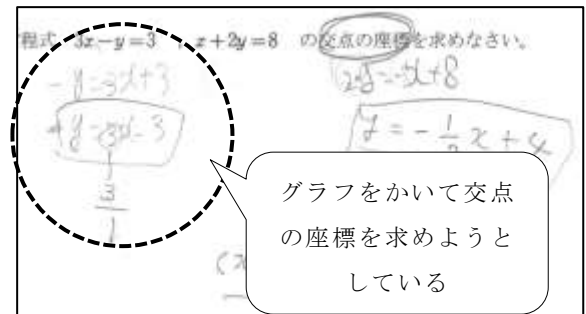
- 実践1で未記入の生徒が、前向きに取り組めるようになった。【資料9】

- 授業の進め方に問題があったため、小集団交流では解き方の説明が主になり、根拠の説明や疑問などの問いかけが少なく交流がなかなか発展しなかった。

- 連立方程式で、交点の座標が求められることを知っている生徒が多く、多様な考え方への発展ができなかった。



【資料8】



【資料9：資料4の生徒のプリント】

(3) 検証授業3「証明の進め方」(4章 図形の調べ方)

- ① 本時のめあて：「根拠を明らかにし、筋道を立てて証明しよう」

② 展開と評価の内容

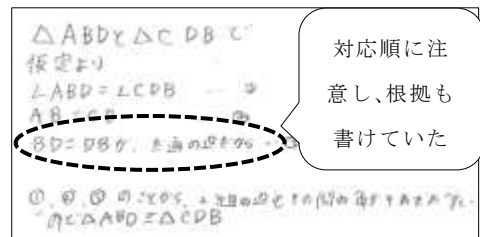
本時の学習活動・内容		
証明の進め方をおさえる ①結論を導くためのことがらを考える ②仮定や仮定から導かれることがらを考える ③考えたことにつながりをつける		
項目	検証内容	評価の観点
根拠を明らかにする力	○証明の進め方にしたがって、根拠となることがらを明らかにし、証明を書く。	○着目する2つの三角形、辺や角の等しい関係を3組、三角形の合同条件や合同な図形の性質などの根拠を明らかにすることができる。
表現・説明する力	○小集団交流を行う。	○根拠を明らかにするため、小集団内で説明したり、質問をすることができ、証明を書くことができる。
説明し伝え合う力	○小集団交流を行う。 ○全体への説明をする。	○根拠を明らかにするために、小集団内で説明したり、質問をすることで、小集団全員が内容を共有することができる。また、根拠を明らかにした証明を書くことができる。 ○具体的に、全体へ証明の説明をすることができる。

③ 考察

本時の「証明の進め方」では、証明の進め方の手順に従い、必要な根拠を明らかにしながら、証明を書く活動を行った。まず、根拠を明らかにするために、上記の「証明の進め方」の手順に重点を置き、個人で証明を書くまでの取り組みを行った。その後、明らかにできない根拠を、一つ一つを確認させながら、証明に必要なことがらを共有できるように小集団交流を行った【資料 10】。解けている生徒が解けていない生徒への一方的な説明ではなく、理解できない部分を質問し、その部分を説明するという活動ができ、多くの生徒が理解できる取り組みができたのではないかと考える。アンケートの結果での全体的な自己評価は、「できた」「まあできた」と答えた生徒は 61%であった。「根拠を明らかにする」ことができた生徒は 76%、「筋道を立てて証明を書く」ことができた生徒は 62%であることから、証明が書けた生徒



【資料 10】

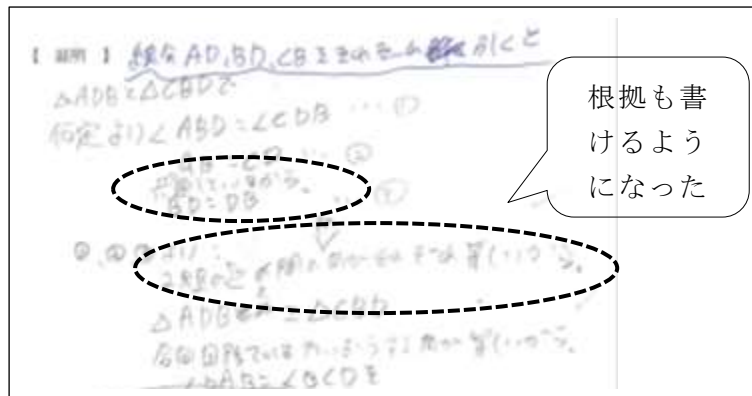


【資料 11：合同の証明はできているが、自己評価が低い生徒のプ

は、自己評価を高めに設定していると考えられる。しかし、他の問題の証明の書き方を参考にして証明をした生徒は、証明が書けたとしても自己評価を下げている【資料 11】。やはり、全体的な流れを含め、問題文章の意味が理解できることや根拠が理解できることが必要だと感じた。アンケートからも、「仮定の根拠や仮定から導かれることからの根拠などが知りたい」と一部の生徒から出ているが、年度当初から比べると、全体的に表現する能力は伸びていると考えられる。数学の教科として、根拠を明らかにすることはどの問題でも必要であり、そのことを常に考えながら解答や証明を作っていくことを今まで以上に大切にしながら、表現する能力を高める授業を、今後も続けて行きたい。



【資料 12：資料 13 生徒の板書】



【資料 13：資料 4、9 の生徒のプリント】

④ 課題と成果

- 小集団活動を取り入れることで、ひとつずつ内容を確認しながら、根拠を明らかにすることができた。
- 実践 1・2 等の計算を中心とする問題では、解答がなかなか書けなかった生徒が、証明を書けるようになった。【資料 12・13】
- 計算問題の解法はできるが、説明問題が苦手な生徒への支援が十分でなかった。
- 小集団の交流活動を活発にするために、メンバーの構成に工夫が必要であった。

10 研究の成果と課題 (○成果 ●課題)

- 手順を示すことで、根拠を明らかにする活動が個人や交流活動の場で活発にできた。
- 実践が進むにつれ、問題に取り組む姿勢が変わり、根拠を明らかにし、筋道を立てた解答や説明を書くことができる生徒が増えた。
- 小集団やペアの交流活動では、積極的に自分の考えた解答を説明したり相手の考えを聞いたり、理解しようとする姿が見られた。また、個人では気づかなかった考えの違い、解き方の工夫や新しい発見をすることができた。
- 交流活動で、解けた生徒の説明だけになってしまい、なぜそのように考えたのかななどの疑問を質問できない。また、小集団内での交流活動が早く終わってしまい、時間を持て余した生徒が見られたため、交流活動の工夫や改善の必要性を感じた。
- 表現する能力をさらに高めるために、数学的な表現を用いた授業や交流活動を通して、全体でお互いの考えを説明したり伝え合うことのできる授業の必要性を感じた。

《参考文献》

「中学校学習指導要領解説 数学編」

平成 20 年 9 月 文部科学省

「中央教育審議会 教育課程部会 算数・数学専門部会」

文部科学省ホームページ