

# 数学的表現力を高める子どもを育てる算数科学習指導

## ～対話活動を通して～

### 要約

新学習指導要領には、「言葉や数、式、図、表、グラフなどを用いて道筋を立てて説明したり論理的に考えたりして、自ら納得したり他者を説得したりできることが大切である。」と述べられている。つまり、自分の考えを表現し、伝え合う活動は、授業に積極的に取り入れていきながら思考力や表現力を育成していく必要がある。

また、本学級の子どもは、「自分の考えを説明できたかどうか」のアンケートでは、ほとんどの子どもができたと答えているが、教師が作成した問題を基にした実態調査では、17%の子どもしかできていなかった。そこで、つかむ段階、つくる段階や深める段階などに「対話活動」を位置付けることにより、自分の考えを持ちやすくなり、これを伝え合うことが自分の考え方の自信につながると考えた。

そのために、「問題解決過程のつかむ段階、つくる段階に、目的や活動に応じて対話活動を位置づければ、数学的表現力を高めた子どもが育つであろう。」という仮説を立て、以下のことを重点に置いて、研究を進めていくこととした。

- ①「数、式、絵図、言葉を用いて自分の考えを説明する」という、自分の考えを書くときの視点を明確にする。
- ②自分の考えをつくる段階や考えを伝え合う段階などにおいて、教師側が意図をもって対話活動を設定しする。
- ③「モデル」「キーワード」を提示したあと、「見直しの時間」を設定し、他者の考えを自分の考えと比較し考えのよさに気付かせることで、自分の考えを再構築することができるようにする。

以上のことを基にして、以下のような実践を行った。

- ①実践1 2つの数を割合で表そう 「比」(4/9)
- ②実践2 並び方や組み合わせを調べよう 「場合の数」(5/7)

実践の結果、次のような成果と課題を得た。(成果：○、課題●)

- 対話活動を積極的に取り入れたことは、自分の考えを付加・修正できるので、一人一人が見通しをもったり、自分の考えを数・式・絵図・言葉などで表したりする上で効果的であった。
- 視覚的にモデル(キーワード等)を提示することで、子どもたちがそれを見ながら説明が書けるので、自分で説明する上で有効であった。
- 見直しの時間を位置付けたことは、考え方のモデルが明確になるので、新たな問題に対しても根拠を明確にした説明をする上で有効であった。
- 個で考えをつくる場面において、自分の考えをつくるのが困難な生徒への個に応じた有効な手立てを工夫する必要がある。
- 説明をノートに書くために時間を要するので、1単位時間の中で対話させたい問題を絞り、十分に考えをつくらせてから対話させる必要がある。

**キーワード** 数学的表現力、対話活動、見直しの時間、モデリング

## 1 主題設定の理由

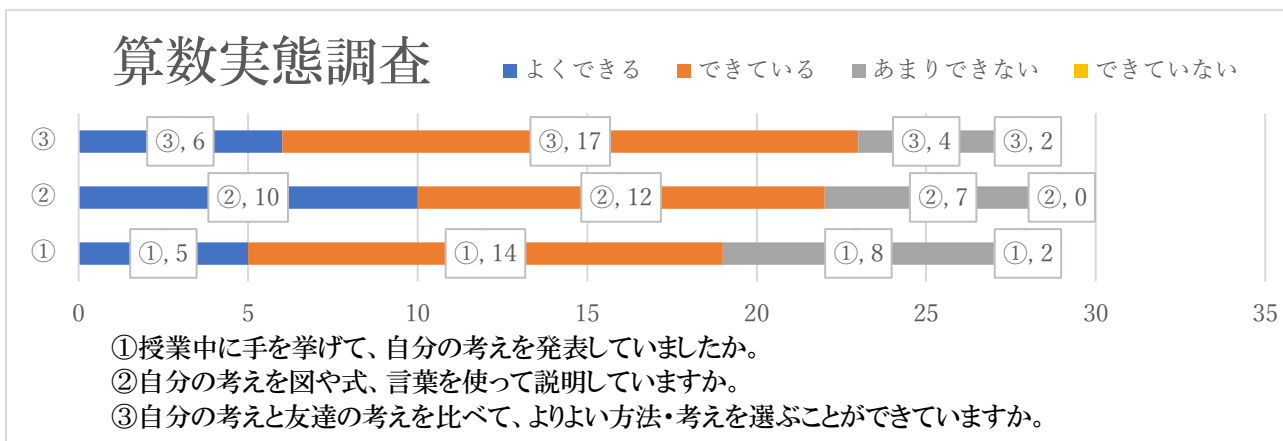
### (1) 新学習指導要領のねらいから

- 「数学的な見方・考え方」のうち、「数学的な考え方」については、目的に応じて数・式、図、表、グラフ等を活用し、論理的に考え、問題解決の過程を振り返るなどして既習の知識・技能等を関連付けながら統合的・発展的に考えることであると整理される。
- 算数・数学科では、事象を数学的な表現を用いて論理的に説明したり、よりよい考えや事象の本質について話し合い、よりよい考えに高めたり事象の本質を明らかにしたりするなどの「対話的な学び」を実現することが求められる。

上記の2つの内容をつなげて考えると、自分の考えを表現し、伝え合う活動は、授業に積極的に取り入れていきながら思考力や表現力を育成していく必要があることがわかる。このことから、授業の中で操作を基に表現し説明したり、互いに自分の考えを伝え合ったりする活動を積極的に取り入れ、数学的表現力を育成していくことは意義深いと考える。

### (2) 児童の実態から

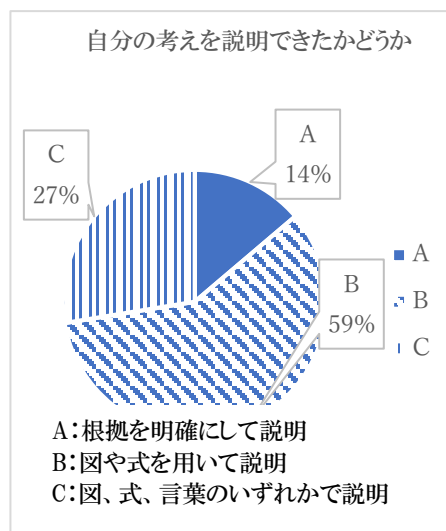
#### アンケート結果の分析



#### 【資料① 学習に対する意識調査アンケート】

資料①は児童の学習に対するアンケート調査である(7月20日調査)。この結果から、ほとんどの子どもが算数への関心や自分の考えを説明したり友達と考えを比べたりする意欲が高いことがわかる。しかし、本学級には、人前で自分の考えを発表したり、発表内容を聞き入れて自分の考えに生かしたりすることが苦手な子どももおり、学力差が大きい。

また、資料②は、自分の考えを図や式、言葉を使って説明できたかどうかをA、B、Cの3段階で評価した結果である。



#### 【資料②自分の考えを説明することに関する実態調査】

A 基準を十分に満たしている児童は約 17%とわずかな数になった。この資料①と資料②の結果から、児童の意識と実態には、大きなずれがあることがわかった。このずれは、自分の考えを説明するにあたって、根拠を示さなければならないという意識が不十分で、式や図を描くだけ、式や図、言葉の説明につながりをもたせられていないことが考えられる。このことから、根拠を明確にした数学的表現力を育成していくことは、大変意義深いと考える。



【資料③ 実態調査の問題と子どもたちの問題に対する考え方の説明】

(3) これまでの指導の課題から

これまでの授業の中でも、ペアや小集団で考えを伝え合う活動を積極的に取り入れてきた。しかし、「隣の人と意見を伝え合いましょう」「グループで考えを出し合ってまとめましょう。」ということが多く、何のために伝え合うのかやどのようにまとめるのか、どんなときに話し合うのかといったという意図を理解させないまま行っていた。そのためただの出し合いにとどまり、子どもの数学的な思考力や表現力を伸ばすことにつながらなかった。

そこで、本研究では、教師側が意図をもってペアや小集団による伝え合いの活動を取り入れて授業を展開し、子ども同士が学び合う授業をすることで、数学的表現力を高めていきたい。

## 2 主題の意味

(1) 数学的表現力とは

数・式・絵図・言葉などをつかって、自分の考えを表すことができる力である。

中原忠男氏によると、数学的表現力とは『現実的表現・操作的表現・言語的表現・図的表現・記号的表現』の5つに分類される。本研究では、数学的表現力について、以下の3つの表現に焦点を当てて、研究を進めることにした。

図的表現…絵、図、グラフ等による表現

言語的表現…日常言語や数学に関する用語を用いた表現

記号的表現…数字、文字、演算記号、関係記号など数学的記号を用いた表現

中原忠男氏によると、数学的表現力は、発達段階に応じて重視する表現があると述べられている。現実的表現は基本的段階で、それを操作的表現に変換していく。図的表現と言語的表現を経て、最終的に記号的表現に至るとしている。そこで、本研究では、「自分の考えを説明する」ということに焦点を当てて研究を行うため、以上の3つの表現に重点を置いて研究を進める。

(2) 数学的表現力を高めた子どもとは

数学的表現力を高めた子どもとは、下記の子どもの姿のである。

- ① 問題内容を把握し、前時までの学習と何が異なるのかや既習内容をどのように生かすことができるかなど検討をつけ、学習の見通しを立てることができる。
- ② 学習の見通しを基に、自分の考えをまとめながら、数、式、図、表、言葉などをつかってノートに書き表すことができ、自分の考えを他者に説明することができる。
- ③ 習得した考え方や方法を生かして、新たな問題に対して自分の考えを再構築できる。



【資料④】数学的表現力を高める子どもの姿の段階

資料③のようにそれぞれの段階での子どもの姿を目指すことで、数学的表現力を高めた子どもが育つと考える。

(3) 対話活動とは

「自分自身」「他者（友達）」とのかかわりをもつことである。

「自分」「他者」とのかかわりによって、相手や目的を意識しながら書いたり話したり聞いたりするという形で自分の考えを表現することは、数学的表現を高めていく上でも必要であると考えられる。

そこで、本研究において、二つの対話活動を設定する。

#### ㊦ 「自分との対話」

「自分との対話」は、既習学習から想起したり、教室にある掲示物や学習の見通しを活用したりしてから、自分の考えをつくることである。

#### ㊧ 「他者（友達）との対話」

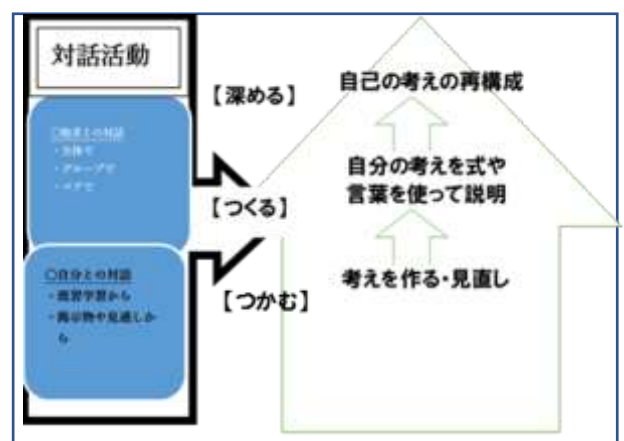
「他者との対話」は、「自分との対話」でつくった自分の考えや一つの課題を、ペアやグループ、全体で考えを交流し、互いの考えを深め合うことである。

### 3 主題と副主題との関連

自分との対話では、前時までの学習ノートや板書のキーワード、掲示物などから、既習学習をもとに問題に対しての自分の考えをつくることができる。他者との対話では、自分の考えをつくることのできなかった場合やどのように表現すればよいのかわからないときには、他者との対話をすることで他者の考えを真似したり自分の考えを整理したりすることができる。また、自分の考えをつくることのできた子どもは、自分の考えを友だちに伝えることで自分の考えに自信をもったりより理解を深めたりすることができる。

### 4 研究の目標

数学的表現力を高めるために、自分の考えを伝え合う対話活動を取り入れ算数科学習指導の在り方について明らかにする。

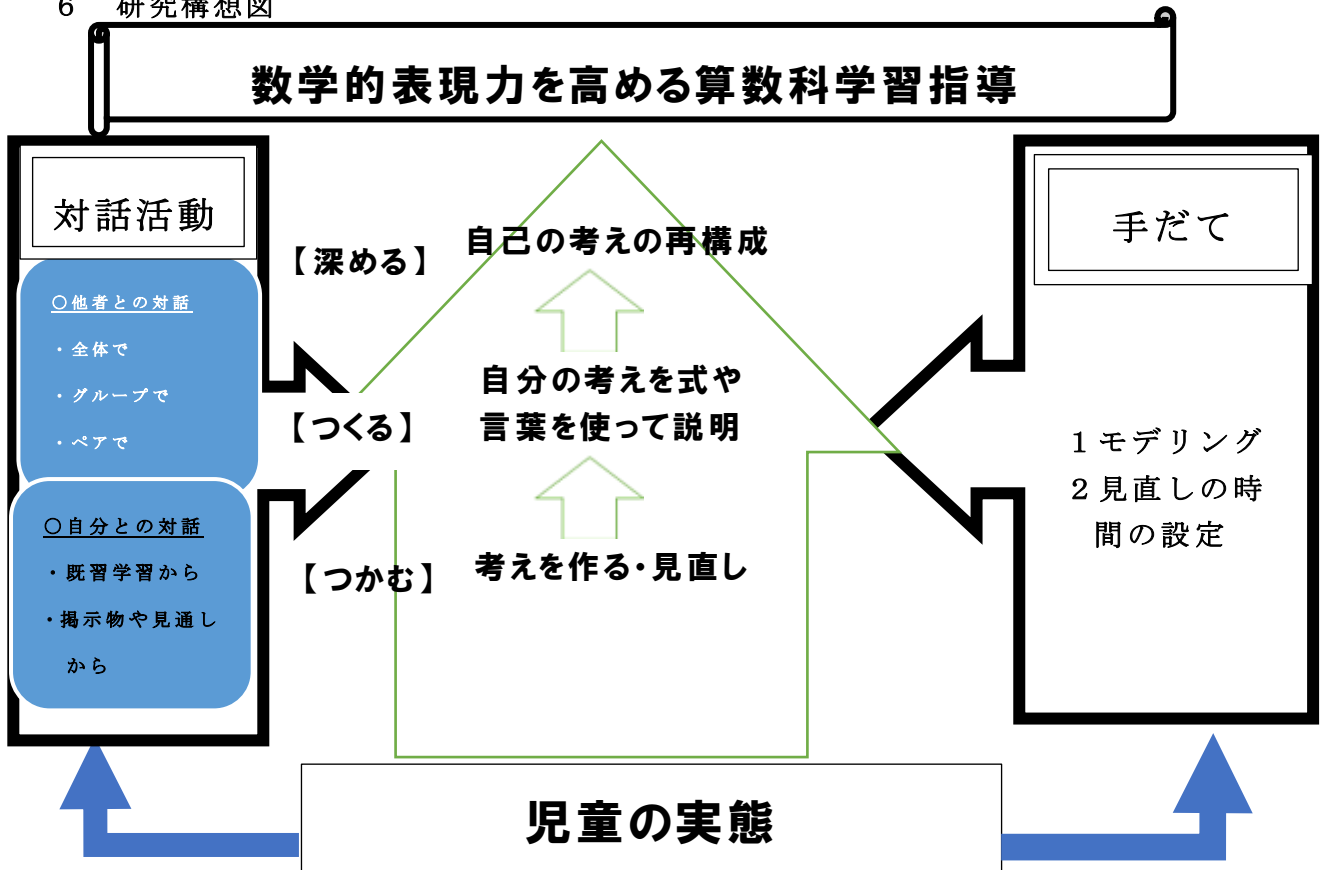


【資料⑤】対話活動の段階

## 5 研究の仮説

問題解決過程のつかむ段階、つくる段階に、目的や活動に応じて対話活動を位置づければ、数学的表現力を高めた子どもが育つであろう。

## 6 研究構想図



## 7 授業の実際

### (1) 授業実践1 2つの数を割合で表そう 比

日時 平成29年9月19日(火) 第3校時 於:6年1組教室(28名)

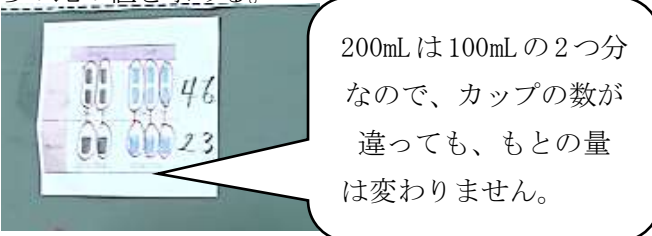

#### 研究の仮説

- 等しい比とは何かを始めに教えて考えの根拠を示すことで、自分の考えを明確にすることができ、対話活動をすることで数学的表現力を高めることができるであろう。


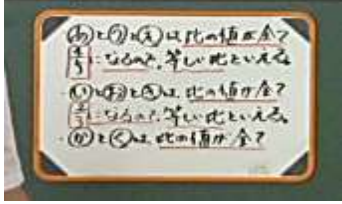

#### 主眼

- 2つの比を比の値で表すと同じ値になることから、同じ割合を様々な比で表すことができることを理解することができるようにする。
- 友だちに自分の考えを式や言葉、図を使って対話し説明することで、等しい比についての理解を深めることができるようにする。

#### 展開 (4/9)

	学習内容	子どもの姿
つかむ	<p>1. 本時の学習問題から、学習内容をつかむ。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ コーヒーとミルクのカップの数を比で表し、それらの比の値を求める。</li> </ul>  <p>200mLは100mLの2つ分なので、カップの数も違って、もとの量は変わりません。</p> <p><b>【写真① 子どもの考え方を図で表したもの】</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ 4:6と2:3のように、比の値が等しいときには、2つの比が等しいことを理解する。 <ul style="list-style-type: none"> <li>・比の値で表すときは、約分が必要だった。</li> <li>・比が違って、比の値は等しいものがある。</li> </ul> </li> </ul> <p>比の値を使って、等しい比になるわけを説明しよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 前時の「比の値」の学習内容を想起し、六分の四と三分の二を比較し、同じ比の値になることに気付かせることで、見通しをもたせることができた。</li> <li>○ 教科書と同じ絵を子どもに配り、同じ200mL分を丸囲みしたり線をつないだりすることで、カップの数が変わっても同じ分数で表すことができたことに気付かせることができた。(写真①)</li> </ul>
つくる	<p>2. 教科書P98の□の等しい比を見つける問題に、なぜ等しいと答えたのか、自分の考えを説明しながら答える。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ 問題に対しての自分の考えを式や図、言葉でノートに書く。(自分との対話) <ul style="list-style-type: none"> <li>・比の値で比べてみると、等しいものがある。</li> </ul> </li> <li>○ 自分の考えを友達に説明する。(他者との対話)</li> </ul>  <p>僕も同じ考え方で、比の値が等しい比は等しい比と言えるので、全部の比の値を調べました。</p> <p>比の値は・㊶と㊷と㊸は比の値が等しいので、この3つの比は等しいです。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 比の値が等しい比のことを「等しい比」ということを板書に提示して、考えのキーワードにすることで、説明が明確にできるようにできた。</li> <li>○ 考えを説明し比べ合うことで、よりよい考え方や自分の説明の不十分な部分に気付くことができた。(写真②)</li> </ul>

【写真② 対話活動の様子】

<p>深める</p>	<p>○ 「見直しの時間」において、自分に付加・修正す</p>  <p>比の値が同じだから等しい比と言えることが、わかるように説明しないとイケないな。</p> <p><b>【写真③ 付加・修正した子どものノート】</b></p> <p>3. 教科書 P98 の㉮の 3 : 5 に等しい比を見つける問題を解き、学習内容の理解を深める。</p> <p>○ ㉮を解き、自分の考えを友達に説明する。</p>  <p>モデルを板書に示し、「キーワード」を赤線で示した。</p> <p><b>【写真④ モデルを示した板書】</b></p> <p>僕も同じ考え方で、それぞれの比の値を求めると、等しい比がわかりました。</p>  <p><b>【写真⑤ 対話活動の様子】</b></p> <p>㉮と㉯の比の値は約分をするとどちらも三分の五になるので、3 : 5 と等しい比と言えます。</p>	<p>○ 「見直しの時間」を設定することで、自分の考えの付加・修正をすることができた。(写真③)</p> <p>● 「見直しの時間」を設定していたが、他者の考えをどのように見直せばよいかの説明や時間の確保ができていなかった。</p> <p>○ 「モデル」「キーワード」を提示し、つくる段階と同質の問題について、図や言葉を使って考えを説明する活動を仕組むことで、つくる段階で考えを書くことができなかった子どもたちが考えを書くことができた。(写真④)</p>
<p>生かす</p>	<p>比の値を見つけると、等しい比を見つけることができる。</p> <p>4. 今日の学習を振り返り、次時の見通しをもつ。</p> <p>・次時…自分たちで等しい比をつくることことができる。</p>	<p>● 学習の深まりを見直す時間が十分に確保できずに、対話のよさやモデルのあるよさを実感させることができなかった。</p>

授業の成果 (○) と課題 (●)

- 考え方の「モデル」を提示することで、比の値を調べると等しい比を簡単にはやく調べることができることを理解させることができた。
- 説明の中に「キーワード」を書かせることで、自分の考えが学習した考えをもとに説明できているのか見直すことができた。
- 対話活動を設定することで、自分の考えと他者が同じ考えであることに気付くことができ、で考えを強化したり、他者の考えを自分の考えに取り入れたりすることができた。
- 考えをつくるときに、答えだけを書いて考え方を明確に表現できず、自分の考えを友達に分かりやすく説明することには生かせていなかった。
- 見直しの時間で考えをどのように見直せばよいかの説明や十分な時間の確保ができていなかったため、考えの再構成の場面で生かすことができなかった。

(2) 授業実践2 並び方や組み合わせを調べよう 「場合の数」

日時 平成 29 年 11 月 29 日 (水) 於：第 6 学年 1 組 (28 名)

研究の仮説

- 「並び方」と「組み合わせ」の違いや「組み合わせ」の考え方を子どもたちが対話したり、モデルやキーワードを提示したりすることは、数学的表現力を高める子どもを育成するのに、有効であるだろう。

主眼

- 図や表、記号化を用いて落ちや重なりがなく組み合わせ方を調べ、「組み合わせ」では、要素が同じ組み合わせは一つの場合として考えることを理解し、説明することができる。
- 図や表や記号、言葉をつかって組み合わせを調べる方法を書き、自分の考えを友達に伝え合ったり比べ合ったりすることで、考えを深めることができる。

展開 (5/7)

	学習内容	子どもの姿
つかむ  つくる	<p>1 本時の学習内容から、本時のめあてをつかむ。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ 本時の問題から、本時では「並び方」について考えるのではなく、「組み合わせ方」について考えることを理解する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 「並び方」と「組み合わせ」の違いは何なのか、今までの既習内容をもとにペアで対話をさせることで、学習内容の見通しをもたせることができた。(写真⑥)</li> <li>● 「並び方」と「組み合わせ方」についてペアで対話したことを、全体の場でも出し合うことができなかった。</li> </ul>
	<p>並び方と違って、組み合わせには順番は関係なさそうだね。</p> <p>【写真⑥ 対話活動の様子】</p>	<p>今までと同じように、表や枝分かれ図にして考えると簡単に答えが見つけれそうだね。</p>
	<p>組み合わせを調べるには、どのように考えたらよいか、説明しよう。</p> <p>2 組み合わせについての自分の考えを図や式、言葉などで表し、友達と対話する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>○ 並び方と組み合わせの違いを理解して、自分の考えを図や表、式にして表す。             <ul style="list-style-type: none"> <li>・組み合わせに順番は関係ないから、同じ組み合わせは消さないといけないな。</li> </ul> </li> </ul> <p>(自分との対話)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○ 並び方の学習のときのノートを見ながら図や表にして表すことで、自分の考えを絵図や言葉を使って説明をノートに書くことができた(写真⑦)。</li> </ul> <p>【並び方で使った見通し】</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・図や表にして場合の数を調べる</li> <li>・記号化して簡単に描く</li> </ul>
	<p>【写真⑦ 子どもの考え方】</p>	



深める

- 自分の考えを友達と対話する。

ぼくは、枝分かれ図でそれぞれのチームが試合をZる組み合わせを考えました。でも、1と2・2と1の試合は同じ試合なので✕で消して考えました。

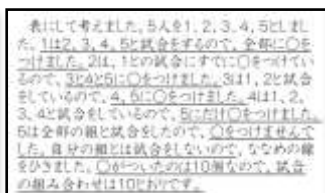
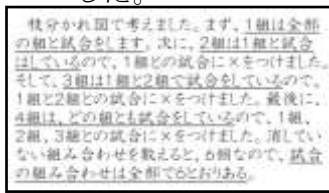


【写真⑧ 対話活動の様子】

3 新たな学習問題を解き、自分の考えを深める。

- モデルをもとに、自分の考えを図や式、言葉で説明する。

・僕は、枝分かれ図にして考えました。同じ組み合わせは線で消して、数えないようにしました。



【写真⑨ モデル、キーワードを示したもの】



僕は簡単ではやく答えを見つけられると思ったので、○を線でつなぐ方法を使って調べました。



【他者との対話前】



【他者との対話後】

【写真⑩ 子どもの学習ノート】

4 学習のまとめをする。

- ・同じ組み合わせになるものは、のぞかなければいけない。
- ・表や図をつかって調べると、落ちや重なりがなく組み合わせを調べることができる。

生かす

- 様々な考えの表現方法を習得するために、つくった考えを対話し合うことで考え方を広げることができた。(写真⑧)

私は表に丸をつけて考えました。同じ組み合わせの試合は数えないので、丸をつけませんでした。

- 「モデル」「キーワード」を提示することで、自分の考えを見直すことができた。(写真⑨)

- 見直しの時間を設定することで、多様な考えに気づき、より簡単ではやく答えを調べられる方法を見つけ出すことができた。

- つくる段階と同質の問題を提示し、「モデル」や「キーワード」を自分の考えに生かさせることで、自分の考えをつくるために支援することができた。(写真⑩)

- 「組み合わせ」の考え方を調べる活動を通して、自分の考えの深まりを振り返ることで、友だちと考えを交流することのよさを実感させることができた。

【授業の成果 (○) と課題 (●)】

- 見直しの時間を設定することで、より簡単ではやく、落ちや重なりのない方法を見付け、自分の考えを再構成することに生かすことができた。
- 多様な考えを出し合う対話活動を仕組むことで、考えをつくることができなかつた子どもは自分の考えに生かすことができた。また、より簡単で落ちのない方法を選び出すことができた。
- 対話したことを全体の場で共有する時間が確保できなかった。対話したことをそのペアやグループだけのものにするだけでなく、学級全体で共有する時間を必ずつくる必要がある。

## 8 全体考察

授業実践2が終わった12月中旬に、7月20日に取った実態調査と同じ分数のわり算の問題を解かせた。(資料6)

これを見ると、A評価の子どもの数が12月には60%も増えていることがわかる。これは、子どもたちが、数や式、絵図や言葉に関連させることを意識しながら自分の考えを説明することにつながったと考えられる。

また、資料7は、実践授業1と実践授業2の深める段階で根拠を明確にした説明ができたかどうかの結果である。これを見ると、自分の考えを順序立ててまとめ、絵図や言葉を用いて説明することができていることがわかる。これは、「見直しの時間」を設定したことで、子どもたちがどのように自分の考えを表せばよいか明確になったことが有効であったと考えられる。

さらに、資料8は、子どもの算数学習に対する実態調査の結果である。これを見ると、様々な表現方法の中から問題に適した考え方を選んで使うことができる子どもが増えていることもわかる。また、自分の考えを説明するために友だちの考えやキーワードをモデルとして考えをつくる子どもが増えていることがわかった。これは、対話活動を必ず設定することで様々な方法や考え方を知ることができ、自分の考えを再構成することに生かすことができていることがわかる。

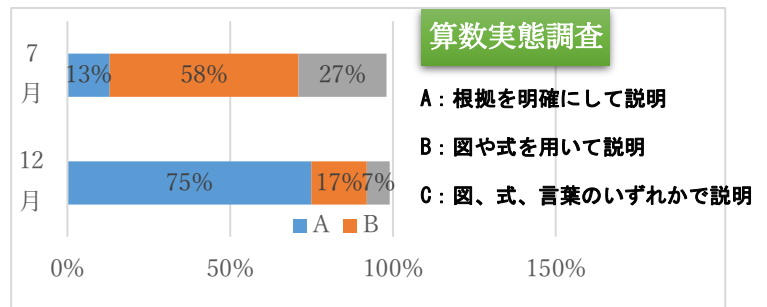
以上のことから、対話活動をとおして数学的表現力を高めた子どもを育成することにつながったと考える。

## 9 研究の成果と今後の課題(○成果●課題)

- 対話活動を積極的に取り入れたことは、自分の考えを付加・修正できるので、一人一人が見通しをもったり、自分の考えを数・式・絵図・言葉などで表したりする上で効果的であった。
- 視覚的にモデル(キーワード等)を提示することで、子どもたちがそれを見ながら説明が書けるので、自分で説明する上で有効であった。
- 見直しの時間を位置付けたことは、考え方のモデルが明確になるので、新たな問題に対しても根拠を明確にした説明をする上で有効であった。
- 個で考えをつくる場面において自分の考えをつくるのが困難な生徒への個に応じた有効な手立てを工夫する必要がある。
- 説明をノートに書くために時間を要するので、1単位時間の中で対話させたい問題を絞り、十分に考えをつくらせてから対話させる必要がある。

〈参考文献〉文部科学省 「新小学校学習指導要領」

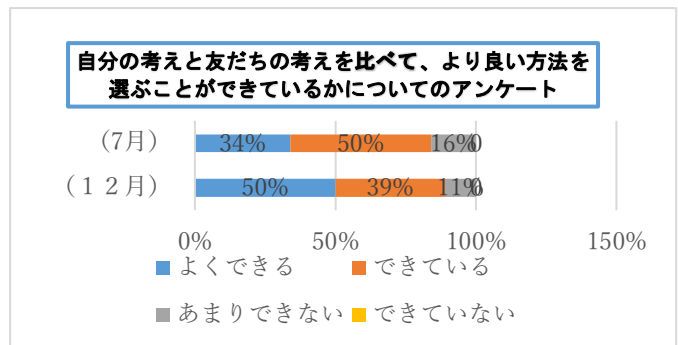
中原忠男 「算数・数学教育における構造的アプローチ」 2001年 聖文新社



【資料6 子どもの実態調査結果】



【資料7 子どもの深める段階の学習ノート】



【資料8 子どもの実態調査結果】